

## **BAB II**

### **KAJIAN PUSTAKA**

#### **2.1 Kemampuan Penalaran Matematis**

Kemampuan merupakan kesanggupan, kecakapan, pengetahuan, keahlian, atau kepandaian yang dapat diukur melalui pengukuran-pengukuran tertentu (Syafaruddin dkk, 2012). Proses berpikir yang berusaha menghubungkan-fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan (Shadiq, 2004). Kemampuan berpikir siswa mampu menjelaskan langkah-langkah penyelesaian masalah matematika dalam kehidupannya dengan memberikan kesimpulan diakhir hasil.

Penalaran terdiri dari dua jenis, yaitu penalaran induktif adalah penarikan kesimpulan secara umum dari pernyataan-pernyataan yang bersifat khusus/tunggal, penalaran deduktif adalah penarikan kesimpulan secara khusus/individual dari pernyataan-pernyataan yang bersifat umum (Molan, 2012). Proses pengerjaan matematis siswa harus bersifat deduktif, karena matematika dikenal sebagai ilmu deduktif (Suherman, 2001). Penalaran deduktif dapat membuat kesimpulan secara logis dengan informasi yang diperoleh (Matlin, 2009).

Kemampuan berpikir yang sistematis dan logis dapat mencakup ranah kognitif yang tinggi. Indikator kemampuan penalaran matematika siswa, yaitu siswa dapat mengajukan dugaan, siswa dapat melakukan manipulasi matematika, siswa dapat menarik kesimpulan, siswa dapat menyusun bukti, siswa dapat memberikan alasan terhadap kebenaran solusi, siswa dapat menarik kesimpulan dari suatu pernyataan, siswa dapat memeriksa kesahihan suatu argumen, dan siswa dapat menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi

(Nailil, 2011). Sedangkan menurut Romadhina (2007), indikator penalaran matematis siswa, yaitu siswa dapat menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar dan diagram, siswa dapat mengajukan dugaan, siswa dapat melakukan manipulasi matematika, siswa dapat menarik kesimpulan, siswa dapat menyusun bukti, siswa dapat memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi, siswa dapat menarik kesimpulan dari pernyataan, siswa dapat memeriksa kesahihan suatu argumen, dan siswa dapat menentukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Berdasarkan kemampuan penalaran matematis siswa yang telah dipaparkan di atas dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa adalah kemampuan pemahaman dan berpikir matematis siswa dalam permasalahan pada materi atau konsep matematika untuk menarik kesimpulan atau membuat pernyataan. Dalam penelitian ini, jenis penalaran yang digunakan adalah penalaran deduktif yaitu siswa dapat menemukan kesimpulan setelah melakukan proses penyelesaian terhadap soal yang telah diberikan.

Berdasarkan beberapa indikator kemampuan penalaran matematis siswa di atas, penelitian ini menggunakan indikator sebagai berikut: siswa mampu menyajikan pernyataan matematika melalui lisan, tulisan, gambar, sketsa atau diagram, siswa mampu mengajukan dugaan, siswa mampu melakukan manipulasi matematika, siswa mampu memberikan alasan terhadap beberapa solusi, siswa mampu memeriksa kesahihan suatu argumen, dan siswa mampu menarik kesimpulan atau melakukan generalisasi.

## 2.2 Teori APOS (Action, Process, Object, and Schema)

Teori APOS diperkenalkan oleh Ed Dubinsky pada tahun 1991. Teori ini menjelaskan bagaimana seseorang menggunakan struktur kognitif yang dimilikinya dalam mengkonstruksi pengetahuan melalui tahap aksi, proses, objek, dan skema (Brijlall & Ndlovu, 2013). Teori APOS merupakan teori pentahapan yang dapat menjelaskan bagaimana siswa belajar konsep matematika (Suryadi, 2007).

Teori APOS bermula dari hipotesis untuk melihat pengetahuan matematis yang mengarah pada siswa terkait kondisi persoalan matematika dengan melihat tingkat pemahaman siswa untuk mengkonstruksi aksi, proses, objek, dan skema dalam memahami dan menyelesaikan masalah matematika (Dubinsky & Mc. Donald, 2001; Muryono, 2011). Tingkat pemahaman memaparkan bahwa tingkat kemampuan yang dimiliki siswa dalam berpikir untuk menguasai tentang apa yang ada di situasi lain (Vivi Purwindari, 2014).

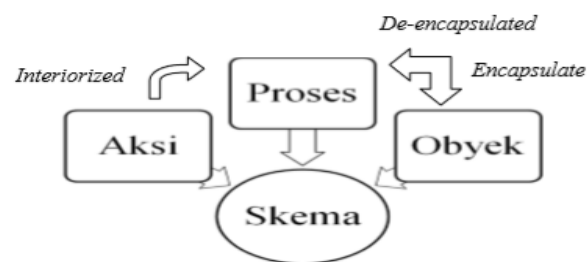
Berikut ini adalah penjelasan masing-masing tahap teori APOS. Aksi adalah perubahan yang dirasakan oleh individu karena adanya reaksi terhadap isyarat dari luar yang memberikan rincian tepat tentang langkah-langkah yang harus diambil (Dubinsky & Mc. Donald, 2001). Menurut Zuhair (2014) terdapat beberapa pencapaian indikator dalam tahap aksi yaitu siswa dapat menggunakan rumus yang telah ada, siswa dapat menyelesaikan soal dengan contoh yang ada, siswa dapat melakukan tahapan secara tepat, penyelesaian yang dilakukan secara individual.

Proses adalah pengulangan tahap aksi yang dilakukan siswa pada langkah-langkah proses yang dapat diartikan bahwa konstruksi yang dibuat menggunakan penyelesaian yang sama namun respon tertentu dari siswa tidak dikondisikan (Dubinsky & Mc. Donald, 2001). Menurut Zuhair (2014) ada beberapa pencapaian

pada tahap proses yaitu: pengetahuan yang dimiliki siswa tidak perlu mendapat respon dari laur, siswa dapat menggambarkan penyelesaian masalah secara nyata, siswa dapat menjabarkan langkah-langkah yang digunakan tanpa melakukan secara nyata, siswa dapat memanipulasi langkah-langkah pengerjaan tanpa secara nyata, siswa melakukan proses menggunakan kemampuan yang dimiliki, siswa dapat mencapai pemahan secara bertahap, siswa belum memiliki pemahaman secara abstrak.

Objek adalah kemampuan yang digunakan siswa dalam mengkonstruksi proses menuju objek dengan melakukan beberapa tindakan yang dilakukan setiap proses tertentu dan proses sebagai keseluruhan dalam membangun transformasi tersebut, sehingga siswa dapat mencapai tahap objek (Dubinsky & Mc. Donald, 2001). Menurut Zuhair (2014) terdapat beberapa indikator pada tahap objek yaitu siswa mampu melakukan tahap aksi pada tahap objek, siswa mampu enkapsulasi pada objek dan menjadi proses untuk mengurangi skema menjadi berbagai elemen, siswa mampu mendapatkan pemahaman secara abstrak, siswa mampu memilih sifat yang terdapat pada suatu konsep.

Skema adalah bagian dari tahap aksi, proses, objek, dan menghubungkan dalam susunan yang berhubungan untuk digunakan dalam menyelesaikan masalah matematika (Dubinsky & Mc. Donald, 2001). Menurut Zuhair (2014) ada indikator yang harus dicapai dalam tahap skema yaitu: siswa mampu mengaitkan tahap aksi, proses, objek, dan dengan konsep yang lain, siswa mampu mengaitkan objek dan proses dengan berbagai cara dalam menyelesaikan masalah, siswa paham dalam mengaitkan antara aksi, proses, objek, dan sifat lain, siswa paham dengan berbagai rumus yang harus digunakan.



Gambar 2.1 Gambaran Proses Pemahaman Menurut Teori APOS

Keempat komponen dari teori APOS mampu melihat setiap penyusun saling berhubungan dengan penyusun lainnya dengan urutan. Berdasarkan empat tahapan pada teori APOS, peneliti dapat mengambil simpulan bahwa tingkat pemahaman siswa dapat dilihat dari keempat komponen teori APOS dan tingkat pemahaman setiap siswa berbeda-beda tergantung pada model pemahaman siswa dengan berusaha dalam memahami materi/konsep dan seberapa tinggi tingkat kemampuan masing-masing siswa pada materi matematika.

Teori APOS mampu melihat keberhasilan dan kegagalan siswa dalam memahami materi, mampu menerapkan fakta yang luas, dan dapat digunakan para pengamat pendidikan yang tertarik dengan teori APOS sehingga dapat membantu siswa dalam berpikir tentang fakta yang luas. Teori APOS mampu digunakan dalam mengatur pikiran siswa tentang bagaimana siswa belajar konsep matematika dan juga sebagai uraian data. Salah satu cara dalam menggunakan teori APOS yaitu dengan uraian data pada keberhasilan dan kegagalan siswa dan memberikan suatu kata untuk dikomunikasikan dalam pembelajaran.

### 2.3 Fungsi Kuadrat

Fungsi adalah pokok bahasan yang diajarkan pada Kelas VII dan Kelas X materi ini lebih disempurnakan menjadi fungsi kuadrat yang ditempuh di semester gasal. Fungsi kuadrat disajikan dalam kurikulum 2013 untuk kelas IX dan kelas X semester genap. Sebelum membahas fungsi kuadrat siswa terlebih dahulu

memahami materi sistem koordinat, konsep himpunan, relasi, fungsi, kuadrat sempurna, dan persamaan kuadrat (Sullivan, 2011; Kemendikbud, 2014). Terdapat Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD), yaitu sebagai berikut:

a) Kompetensi Inti (KI):

KI 1: Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI 2: Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleren, damai), santun, responsif, dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI 3: Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI 4: Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

b) Kompetensi Dasar (KD): Menyusun model matematika dari masalah yang berkaitan dengan persamaan dan fungsi kuadrat dan menyelesaikan serta

memeriksa kebenaran jawabannya, Menggambarkan dan membuat sketsa grafik fungsi kuadrat dari masalah nyata berdasarkan data yang ditentukan dan menafsirkan karakteristiknya.

#### **2.4 Mekanisme Pemahaman Fungsi Kuadrat Menurut Teori APOS**

Pemahaman siswa dapat dilihat dari bagaimana siswa melakukan prosesnya dan kemajuan strukturnya. Tingkat pemahaman yaitu kemampuan yang dimiliki siswa dalam menguasai konsep matematika (Ardiantoro, 2013). Kemampuan setiap individu berbeda tergantung pada ide yang dimiliki dan buatan hubungan antara ide yang ada dengan ide baru (Walle, 2008).

Teori APOS dapat membantu siswa untuk mengkonstruksi sendiri secara aktif pengetahuan materi fungsi kuadrat yang dipelajarinya melalui transformasi pengetahuan yang telah dimilikinya. Kaitan antara tingkat pemahaman dan teori APOS adalah tingkat pemahaman yaitu tingkat kemampuan siswa dalam memahami materi, sedangkan teori APOS yaitu melihat bagaimana tingkat pencapaian siswa pada materi tersebut dalam penelitian ini adalah materi fungsi kuadrat. Maka dapat disimpulkan bahwa teori APOS dapat digunakan sebagai alat ukur dalam melihat tingkat pemahaman yang dicapai siswa pada suatu materi fungsi kuadrat. peneliti membuat perbandingan antara keberhasilan atau kegagalan siswa dalam menyelesaikan permasalahan matematika dengan konstruksi mental, maka siswa dapat menjelaskan perbedaan pada kedua subjek dengan menunjukkan konstruksi mental yaitu aksi, proses, objek, dan skema (Dubinsky & Mc. Donald, 2001).

Menurut S. Weyer (2010) terdapat empat tahap utama yang diperlukan teori APOS yaitu aksi, proses, objek, dan skema. Tahap aksi jika siswa dapat menentukan

nilai dari suatu fungsi yang telah disediakan nilainya yang harus disubstitusikan sebagai pengganti variabel pada fungsi yang telah tersedia dan melakukan perhitungan *step by step*, serta siswa hanya dapat menjelaskan pengertian fungsi sebagai formula yang mempunyai masukan dan menghasilkan nilai keluaran. Soal nomor 1 pada tahap aksi adalah tentukan  $f: x \rightarrow f(x) = (x + 5)^2$  dengan  $x = 2$ . Tahap proses jika siswa dapat menggambarkan grafik fungsi menggunakan beberapa titik tertentu yang telah ditentukan. Pada soal nomor 2 di tahap proses adalah menentukan titik-titik daerah hasilnya dan membuat grafik fungsi. Tahap objek jika siswa dapat menjelaskan pengertian fungsi kuadrat dan dapat membedakan contoh dan bukan contoh fungsi kuadrat, serta memberikan alasannya. Soal nomor 3 di tahap objek adalah menjelaskan pengertian fungsi dan fungsi kuadrat, serta menunjukkan mana yang merupakan contoh dan bukan contoh fungsi kuadrat, dan memberikan bukti alasannya. Tahap skema jika siswa dapat merancang dan menyelesaikan model matematika yang telah terbentuk dengan menggunakan aksi, proses, objek, dan skema lain dari suatu permasalahan yang berkaitan dengan fungsi, serta siswa mampu merefleksi tentang cara-cara yang telah digunakan. Soal nomor 4 di tahap skema yaitu soal pemecahan dalam kehidupan sehari-hari dengan membuat model matematika dalam bentuk fungsi kuadrat dan menentukan luas maksimum.

## 2.5 Penelitian Relevan

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan oleh Rahmawati (2015) yang dilaksanakan di kelas XI SMK Al-Badar Kedungwaru Tulungagung Semester II Tahun Ajaran 2014/2015, dengan judul “Analisis Pemahaman Siswa berdasarkan Teori APOS pada materi Barisan dan Deret di Kelas XI SMK Al-Badar



Kedungwaru Tulungagung Semester II Tahun Ajaran 2014/2015”, menyatakan bahwa teori APOS tersebut harus dicoba untuk diterapkan dengan harapan pemahaman siswa semakin meningkat, khususnya dalam materi barisan dan deret. Pengetahuan matematika yang dimiliki oleh siswa merupakan hasil interaksi dengan orang lain dan hasil konstruksi-konstruksi mental orang tersebut dalam memahami ide-ide matematika. Konstruksi atau rekonstruksi tersebut dilakukan melalui aktivitas berupa aksi, proses, objek yang diorganisasikan dalam suatu skema untuk memecahkan suatu permasalahan.

Sedangkan hasil penelitian Zuhair (2014) yang dilaksanakan di SMPN 1 Surakarta, dengan judul “Eksplorasi Konstruksi Pengetahuan Matematika Siswa Kelas VIII SMP Negeri 1 Surakarta Menggunakan Teori APOS pada Materi Pokok Faktorisasi Bentuk Aljabar”, menyatakan bahwa fakta yang diperoleh yaitu penguasaan materi faktorisasi bentuk aljabar masih sangat rendah, dan pengetahuan konstruksi siswa dapat menarik peneliti untuk meneliti pengetahuan faktorisasi bentuk aljabar berdasarkan konstruksi pada teori APOS di kelas VIII SMP.

Berdasarkan hasil penelitian diatas, peneliti mengambil kesimpulan yaitu pemahaman dan pengetahuan yang dimiliki siswa masih cenderung untuk merespon situasi yang ada dan pemahaman siswa dapat lebih mudah menggunakan konstruksi-konstruksi mental pada teori APOS. Oleh karena itu, peneliti ingin mengetahui kemampuan penalaran matematis siswa dengan menggunakan teori APOS pada materi fungsi kuadrat.